

## 数学問題

(60分)

高校推薦(県外) 1

- ・分数で答える場合は、それ以上約分ができない数で答えなさい。
- ・円周率は $\pi$ とします。
- ・問題用紙、解答用紙、計算用紙を切り取って使用してはいけません。

1 次の問いに答えなさい。

(1)  $\{3-(6-9)^2\} \times \left\{ \frac{5}{6} - \frac{3}{6} \times \left( -\frac{2}{3} \right) \right\}$ を計算しなさい。

(2)  $3a^2 \div 6ab \times 8ab^2$ を計算しなさい。

(3)  $x < 0$ で、 $x$ の2次式 $x^2 - 9$ が49の平方根の正の数に等しいとき、 $x$ の値を求めなさい。

(4)  $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + 2\sqrt{3}) - (\sqrt{7} + \sqrt{3})^2$ を計算しなさい。

(5)  $x$ の2次式 $x^2 + ax - 36$ において、 $a = \text{①}$ のときは、 $(x+6)(x-6)$ と因数分解でき、 $a = 5$ のときは、因数分解すると $\text{②}$ となる。

(6)  $5 < \sqrt{4m} < 7$ を満たす素数 $m$ をすべて求めなさい。

(7)  $x = \sqrt{7} + 2$ のとき、 $x^2 - 4x - 3$ の値は $\text{①}$ である。また、このことから  $x^3 - 4x^2 - 3x + 2$ の値は $\text{②}$ である。

(8) 次の①～⑤の図形について、線対称で点対称でない図形にはA、点対称で線対称でない図形にはB、線対称でも点対称でもある図形にはCをそれぞれふりなさい。

- ① 二等辺三角形                      ② 正三角形                      ③ 直角二等辺三角形  
④ 平行四辺形(ひし形、長方形、正方形を除く)                      ⑤ 円

2 次の問いに答えなさい。

- (1) 平行四辺形の定義を「対辺」、「平行」という言葉を用いて、20字以内で述べなさい。
- (2) 四角形 ABCD が平行四辺形ならば、対角線 AC、BD はそれぞれの中点で交わることを次のように証明した。空欄を埋めなさい。

対角線 AC と BD の交点を O とする。

△ABC と△  において、

(1) から平行線の  は等しいので

$$\angle BAC = \angle \text{ウ} \dots \text{①}$$

$$\angle ACB = \angle \text{エ} \dots \text{②}$$

AC は共通  $\dots$  ③

①、②、③より  ので

$$\triangle ABC \equiv \triangle \text{ア}$$

合同な図形の対応する辺はそれぞれ等しいから  $AB = CD \dots$  ④

また、△OAB と△  において

(1) から平行線の  は等しいので

$$\angle BAO = \angle \text{キ} \dots \text{⑤}$$

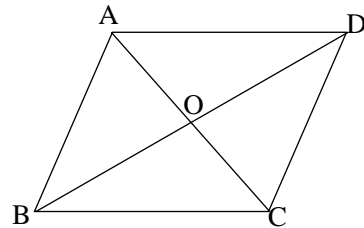
$$\angle ABO = \angle \text{ク} \dots \text{⑥}$$

④、⑤、⑥より  ので

$$\triangle OAB \equiv \triangle \text{カ}$$

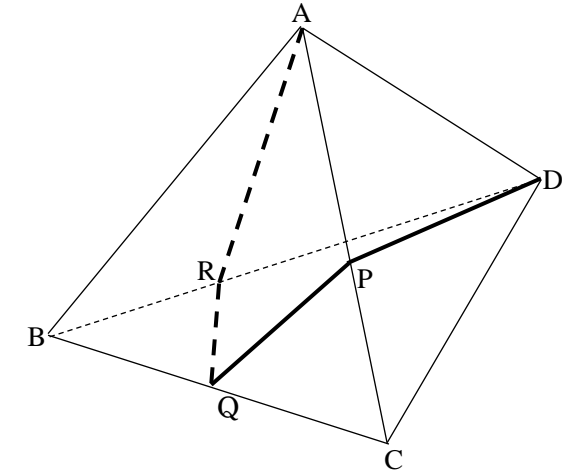
合同な図形の対応する辺はそれぞれ等しいから  $OA = OC$ 、 $OB = OD$

つまり、四角形 ABCD が平行四辺形ならば、対角線 AC、BD はそれぞれの中点で交わる



高校推薦 (県外) 2

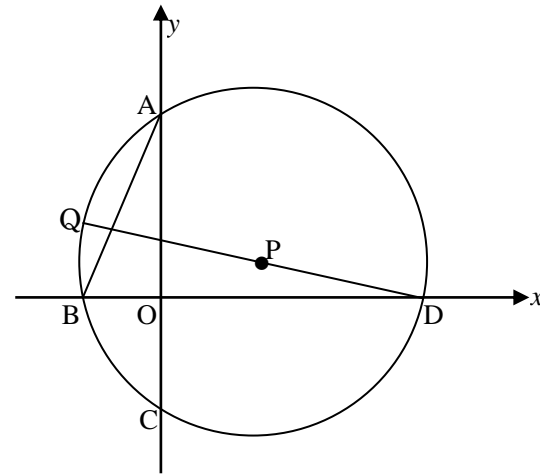
- (3) 右の図のような1辺の長さが4cmの正四面体 ABCD がある。AC、BC、BD 上にそれぞれ点 P、Q、R をとる。このとき、折れ線  $DP + PQ + QR + RA$  の最小の長さを求めなさい。



3 座標平面上の 3 点  $A(0, 5)$ 、 $B(-2, 0)$ 、 $C(0, -3)$  を通る円の中心を  $P$  とする。この円  $P$  が  $x$  軸と交わる点のうち、点  $B$  と異なる点を  $D$  とし、 $DP$  の延長と円  $P$  との交点のうち  $D$  と異なる方を  $Q$  とする。

次の問いに答えなさい。ただし、座標の 1 目盛を 1 cm とする。

(1) 直線  $AB$  の式を求めなさい。



(2)  $\triangle OAB$  と  $\triangle ODC$  の面積の比をもっとも簡単な整数の比で答えなさい。

(3) 点  $Q$  の座標を求めなさい。

4 ある小学校の運動会で、 $A$ 、 $B$ 、 $C$  の 3 グループに分かれて玉入れをやった。

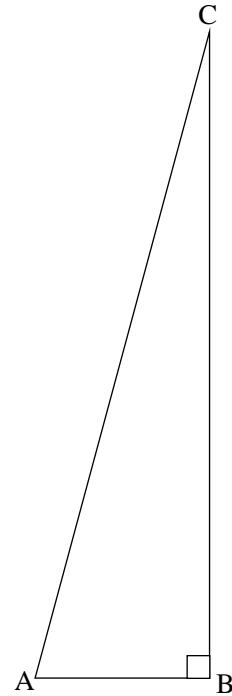
玉は全部で 120 個あり、それぞれのグループが指定されたかごに玉を入れた。

玉をすべて入れ終わった後、3 つのかごの中の玉の個数をひとつずつ同時に取り出して、1 から順に自然数を言いながら数えることになった。すると  $x$  個数えたところで  $C$  のかごが空になり、そこからさらに  $y$  個数えたところで  $B$  のかごが空になり、まだかごの中に玉が残っている  $A$  が優勝した。また、 $B$  と  $C$  がかごに入れた玉の個数の比は  $8:7$  で、 $B$  が入れた玉の個数も  $C$  が入れた玉の個数も 20 個以上であった。

このとき、自然数  $x$ 、 $y$  の値の組をすべて求めなさい。答えは  $(x, y) = (2, 3)$  のように答えなさい。

5  $\angle B=90^\circ$ 、 $AB=1$  cmである直角三角形 $\triangle ABC$ について、次の問いに答えなさい。ただし、 $\sqrt{3}$ は無理数であり、無理数の逆数も無理数であること、また、有理数と無理数の和は無理数になることは用いてよい。

(1)  $\angle A=75^\circ$  であるとき、 $BC$  の長さを求めなさい。



(2)  $15^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $75^\circ$  と書かれたカードが1枚ずつ、計5枚ある。この中から1枚カードを引き、書かれている角度を確認したあと、引いたカードを元に戻して再び1枚カードを引き、書かれている角度を確認する。

$\angle A$  が1回目に引いた角度であるときの  $BC$  の長さを  $x$ 、 $\angle A$  が2回目に引いた角度であるときの  $BC$  の長さを  $y$  とするとき、 $xy$  が有理数となる確率を求めなさい。