函館ラ・サール高等学校　　入学試験問題
２０２３．２．１４　　数学（６０分）

・分数で答える場合は，それ以上約分ができない数で答えなさい。
・円周率はπとします。
・問題用紙，解答用紙，計算用紙を切り取って使用してはいけません。

1

（１）　$16\div(-2)^2+5\times(-2^2)$　を計算しなさい。

（２）　$\left(-\dfrac{y}{x}\right)\times\dfrac{x^3}{y^4}\div\left(\dfrac{x}{y}\right)^3$　を計算しなさい。

（３）　$-\dfrac{5x+2y-2}{3}+x+y+\dfrac{3x+y-2}{2}$　を計算しなさい。

（４）　$(x^2+1)^2-(7x-11)^2$　を因数分解しなさい。

（５）１次関数 $y=-2x+a$ において，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域が $-1\leqq y\leqq b$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。

（６）連立方程式 $\begin{cases} y=-3x-2 \\ 2x+3y=15 \end{cases}$ を解きなさい。

（７）$x=\sqrt{2023}$ のとき，$x^2-89x+1980$ の値について，①から③の中から正しいものを１つ選び，番号で答えなさい。

①　符号は正である。　　②　符号は負である。　　③　0である。

２

（１）濃度が x %の食塩水 150 g と濃度が 7%の食塩水 300 g を混ぜて，450 g の食塩水を作る。次に，この食塩水に 50 g の水を混ぜると濃度が 5.1%の食塩水 500 g ができた。このとき，x の値を求めなさい。

（２）袋の中に 1 から 5 までの数字が書かれたカードが 1 枚ずつ合計 5 枚入っている。この袋から 1 枚カードを取り出して，元に戻さずにもう 1 枚カードを取り出す。このとき，次の確率を求めなさい。

① 取り出した 2 枚のカードの数字の和が 3 の倍数になる確率

② 取り出した 2 枚のカードの数字の最大公約数が素数になる確率

（３）PR＝2cm，RQ＝1cm の直角三角形 PQR が最初，図 1 の位置にある。直角三角形 PQR を図 1 から図 2 のように動かしたとき，∠QOX の大きさがどのように変化するかを調べた。その結果として正しいものを①から⑤の中から 1 つ選び，番号で答えなさい。ただし，直角三角形 PQR の頂点 R は半直線 OY 上を，頂点 P は半直線 OX 上を動き，半直線 OX と半直線 OY は垂直に交わっているものとする。

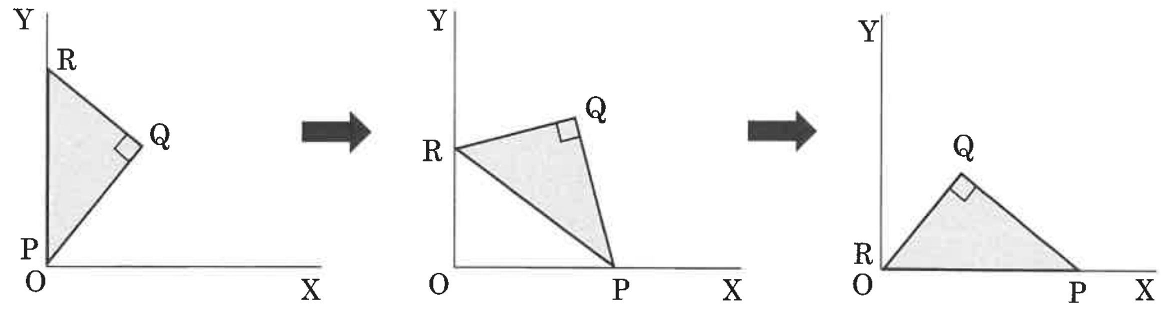
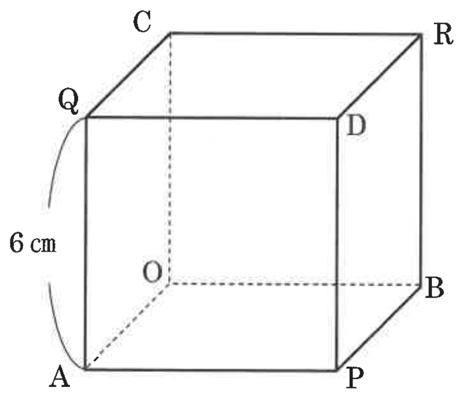


図 1　　図 2

① 角の大きさは増加していく。
② 角の大きさは減少していく。
③ 角の大きさは増加した後に減少していく。
④ 角の大きさは減少した後に増加していく。
⑤ 角の大きさは常に一定である。

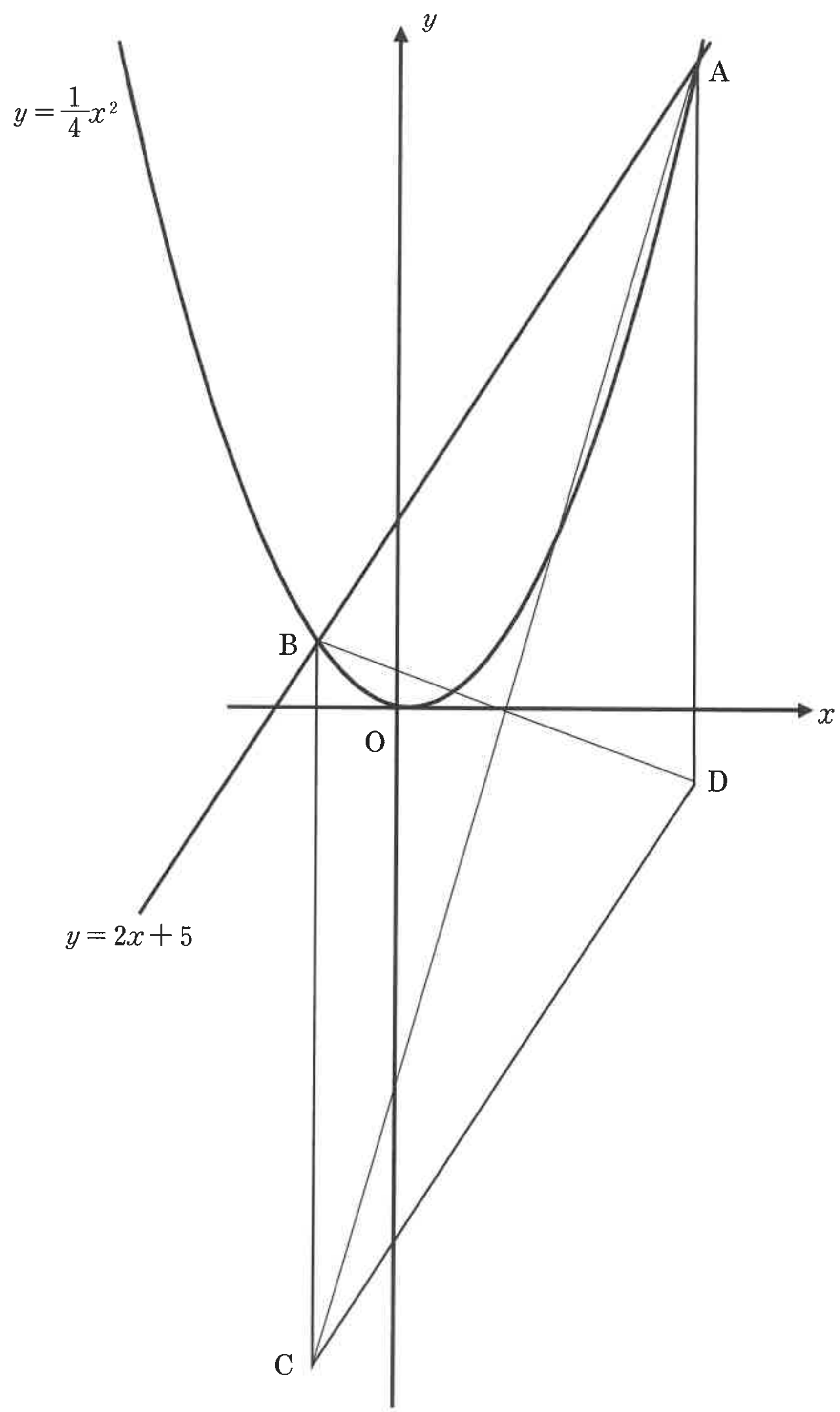
3　図のような1辺の長さが 6cm の立方体 OAPB－CQDR がある。この立方体から立体 A－OPQ，立体 B－OPR，立体 D－PQR を除いた立体①を考える。



（1）立体①の体積を求めなさい。

（2）辺 OC の中点を S とする。立体①を，面 CQR に平行で，点 S を通る平面で切ったとき，切り口の図形の面積を求めなさい。

４ 下の図のように，放物線 $y=\frac{1}{4}x^2$ と直線 $y=2x+5$ が２点 A, B で交わっている。辺 AD と辺 BC が y 軸に平行で，対角線 AC と BD の交点が x 軸上にあるような平行四辺形 ABCD をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，座標の１目盛りを 1cm とする。



（1）点 A の座標を求めなさい。ただし，点 A の x 座標は正の数とする。

（2）平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。

（3）線分 AB の長さを求めなさい。

（4）平行四辺形 ABCD を，直線 AB を軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。

5 太郎君とケン君が次の数学の問題について話をしています。

> **問題**
> 1から n までの自然数の積を $n!$ と表すことにする。例えば $4!=1\times2\times3\times4$ である。このとき，16! を17で割った余りを求めなさい。

会話文をよく読んで次の問いに答えなさい。

ケン：16! は数が大きすぎて計算できないな。1から16までの整数の掛け算を計算せずに余りを考えることはできないかなぁ。

太郎：できるよ。簡単な例題からやってみよう。264を7で割った余りはいくつかな。

ケン：簡単さ。商が $\boxed{ア}$ で，余りは $\boxed{イ}$ だね。

太郎：正解。つまり，$264=7\times\boxed{ア}+\boxed{イ}$ と書くことができるね。7で割っているから余りは0から6の整数のいずれかになるね。
では次に 11×24 を7で割った余りを考えるよ。$11\times24=264$ と直接計算せずに分配法則を使って考えてみよう。
まず，11と24をそれぞれ7で割ったときの商と余りを考えてみよう。

ケン：11を7で割ると商が1で余り4，24を7で割ると商が3で余り3だから，
$11=7\times1+4$，$24=7\times3+3$ と表すことができるね。
そうすると，$11\times24=(7\times1+4)\times(7\times3+3)$ になるね。

太郎：そうだね。では，7×1 と 7×3 を1つの数と考えて分配法則を使うとどうなるかな。

ケン：$(7\times1\times7\times3)+(7\times1\times3)+(4\times7\times3)+4\times3$ になるね。

太郎：そうだよ。3つの( )の中の掛け算には必ず7が入っているから，3つの( )の中を計算して加えた数は7の倍数だよね。すなわち，$11\times24=7\times\square+4\times3$ という式で表すことができる。

ケン：でも，これだと余りは $4\times3=12$ になって，6より大きくなってしまうね。
ちょっと待てよ。$12=7\times1+5$ だから，11×24 を7で割った余りは，4×3 を7で割った余りと同じになるね。ということは，答えは $\boxed{イ}$ だね。
$11\times24=264$ と直接計算せずに余りを考えることができるんだね。

太郎：そうさ。では，$8\times16\times24$ を7で割った余りなんてすぐに求められるよね。

ケン：同じように考えて…。答えは $\boxed{ウ}$ だね。

太郎：そうそう，その調子。じゃあ，$8\times15\times22\times29\times36\times43\times50\times57\times64\times3$ を7で割った余りはいくつかな。

ケン：わかりやすい問題だね。簡単さ，答えは $\boxed{エ}$ だね。

太郎：正解。では，この考え方を使って，まずは6! を7で割った余りを考えてみよう。

ケン：$6!=1\times2\times3\times4\times5\times6$ だから，この掛け算を並べ替えると考えやすくなるね。
$6!=(2\times4)\times(3\times5)\times(1\times6)$ と考えると答えはすぐに求まるね。答えは $\boxed{オ}$ だね。コツがわかってきたよ。

太郎：正解。では本題だ。16! を17で割った余りを考えてみよう。

ケン：なかなか大変だったけど，答えは $\boxed{カ}$ だね。

太郎：この考え方を応用すると 2^{2023} を7で割った余りも考えることができるね。

（1）会話文中の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{カ}$ に当てはまる数を答えなさい。

（2）2^{2023} を7で割った余りを求めなさい。